

Teori Himpunan Elementer
Bagian 1:
Notasi, Kesamaan Himpunan,
Kardinalitas Himpunan, dan Himpunan Kuasa
Kuliah Logika Matematika Semester Ganjil 2023-2024

MZI

Fakultas Informatika
Telkom University

FIF Tel-U

Desember 2023

Acknowledgements

Slide ini disusun berdasarkan materi yang terdapat pada sumber-sumber berikut:

- 1 *Discrete Mathematics and Its Applications* (Bab 2), Edisi 8, 2019, oleh K. H. Rosen (acuan utama).
- 2 *Discrete Mathematics with Applications* (Bab 6), Edisi 5, 2018, oleh S. S. Epp.
- 3 *Mathematics for Computer Science*. MIT, 2010, oleh E. Lehman, F. T. Leighton, A. R. Meyer.
- 4 *Slide* kuliah Matematika Diskret 1 (2012) di Fasilkom UI oleh B. H. Widjaja.
- 5 *Slide* kuliah Matematika Diskrit di Telkom University oleh B. Purnama.

Beberapa gambar dapat diambil dari sumber-sumber di atas. *Slide* ini ditujukan untuk keperluan akademis di lingkungan FIF Telkom University. Jika Anda memiliki saran/ pendapat/ pertanyaan terkait materi dalam *slide* ini, silakan kirim email ke [<pleasedontspam@telkomuniversity.ac.id>](mailto:pleasedontspam@telkomuniversity.ac.id).

Bahasan

- 1 Pengantar: Definisi dan Notasi Himpunan
- 2 Beberapa Himpunan Bilangan
- 3 Himpunan Semesta (Universal) dan Diagram Venn
- 4 Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian
- 5 Kardinalitas Himpunan (Berhingga) dan Himpunan Kuasa

Bahasan

- 1 Pengantar: Definisi dan Notasi Himpunan
- 2 Beberapa Himpunan Bilangan
- 3 Himpunan Semesta (Universal) dan Diagram Venn
- 4 Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian
- 5 Kardinalitas Himpunan (Berhingga) dan Himpunan Kuasa

Definisi dan Notasi Himpunan

Himpunan merupakan objek matematika yang sangat penting dan digunakan pada seluruh kajian matematika dan ilmu komputer modern.

Definisi

Sebuah himpunan adalah kumpulan objek-objek **berbeda** yang **tak terurut**. Objek-objek dalam himpunan tersebut disebut sebagai **elemen**, **anggota**, atau **unsur** himpunan. Dalam hal ini, himpunan tersebut dikatakan **memuat** atau **mengandung** elemen-elemennya.

Dari definisi himpunan:

Definisi dan Notasi Himpunan

Himpunan merupakan objek matematika yang sangat penting dan digunakan pada seluruh kajian matematika dan ilmu komputer modern.

Definisi

Sebuah himpunan adalah kumpulan objek-objek **berbeda** yang **tak terurut**. Objek-objek dalam himpunan tersebut disebut sebagai **elemen**, **anggota**, atau **unsur** himpunan. Dalam hal ini, himpunan tersebut dikatakan **memuat** atau **mengandung** elemen-elemennya.

Dari definisi himpunan:

- Duplikasi elemen dalam suatu himpunan tidak diperhatikan.

Definisi dan Notasi Himpunan

Himpunan merupakan objek matematika yang sangat penting dan digunakan pada seluruh kajian matematika dan ilmu komputer modern.

Definisi

Sebuah himpunan adalah kumpulan objek-objek **berbeda** yang **tak terurut**. Objek-objek dalam himpunan tersebut disebut sebagai **elemen**, **anggota**, atau **unsur** himpunan. Dalam hal ini, himpunan tersebut dikatakan **memuat** atau **mengandung** elemen-elemennya.

Dari definisi himpunan:

- Duplikasi elemen dalam suatu himpunan tidak diperhatikan.
- Urutan kemunculan elemen tidak diperhatikan.

Notasi Himpunan

- Himpunan biasanya dinotasikan dengan huruf kapital: $A, B, C, \dots, X, Y, Z$, atau dengan indeks jika perlu, seperti: $A_1, A_2, \dots, X_1, X_2, \dots$
- Anggota himpunan biasanya dinotasikan dengan huruf kecil: $a, b, c, \dots, x, y, z$, atau dengan indeks jika perlu, seperti: $a_1, a_2, \dots, x_1, x_2, \dots$
- Notasi $x \in A$ menyatakan bahwa x adalah anggota A , atau dengan perkataan lain A memuat x .
- Notasi $x \notin A$ menyatakan bahwa x bukan anggota A , atau dengan perkataan lain A tidak memuat x .
- Notasi $\emptyset$ atau $\varnothing$ atau $\{\}$ menyatakan himpunan kosong/ himpunan hampa, yaitu himpunan yang tidak mempunyai anggota.
Dengan demikian proposisi matematika $x \in \emptyset$ selalu bernilai F dan proposisi matematika $x \notin \emptyset$ selalu bernilai T.

Contoh Himpunan

Contoh

Misalkan

- $A = \{\textit{semar}, \textit{gareng}, \textit{petruk}, \textit{bagong}\},$
- $B = \{\textit{finn}, 10, \sqrt[3]{2}, \textit{rey}\},$
- $C = \{9, \{9\}, \{\{9\}\}\},$
- $D = \{\textit{Jon Snow}, \{\textit{Sansa Stark}, \textit{Tyrion Lannister}\}\}.$

Kita memiliki:

Contoh Himpunan

Contoh

Misalkan

- $A = \{\textit{semar}, \textit{gareng}, \textit{petruk}, \textit{bagong}\},$
- $B = \{\textit{finn}, 10, \sqrt[3]{2}, \textit{rey}\},$
- $C = \{9, \{9\}, \{\{9\}\}\},$
- $D = \{\textit{Jon Snow}, \{\textit{Sansa Stark}, \textit{Tyrion Lannister}\}\}.$

Kita memiliki:

- $\textit{semar} \in A, \textit{gareng} \in A, \textit{arjuna} \notin A,$

Contoh Himpunan

Contoh

Misalkan

- $A = \{\text{semar}, \text{gareng}, \text{petruk}, \text{bagong}\},$
- $B = \{\text{finn}, 10, \sqrt[3]{2}, \text{rey}\},$
- $C = \{9, \{9\}, \{\{9\}\}\},$
- $D = \{\text{Jon Snow}, \{\text{Sansa Stark}, \text{Tyrion Lannister}\}\}.$

Kita memiliki:

- $\text{semar} \in A, \text{gareng} \in A, \text{arjuna} \notin A,$
- $\text{finn} \in B, \text{han} \notin B, \text{luke} \notin B,$

Contoh Himpunan

Contoh

Misalkan

- $A = \{\text{semar}, \text{gareng}, \text{petruk}, \text{bagong}\},$
- $B = \{\text{finn}, 10, \sqrt[3]{2}, \text{rey}\},$
- $C = \{9, \{9\}, \{\{9\}\}\},$
- $D = \{\text{Jon Snow}, \{\text{Sansa Stark}, \text{Tyrion Lannister}\}\}.$

Kita memiliki:

- $\text{semar} \in A, \text{gareng} \in A, \text{arjuna} \notin A,$
- $\text{finn} \in B, \text{han} \notin B, \text{luke} \notin B,$
- $9 \in C, \{9\} \in C, \{\{9\}\} \in C, \{\{\{9\}\}\} \notin C$

Contoh Himpunan

Contoh

Misalkan

- $A = \{\text{semar}, \text{gareng}, \text{petruk}, \text{bagong}\},$
- $B = \{\text{finn}, 10, \sqrt[3]{2}, \text{rey}\},$
- $C = \{9, \{9\}, \{\{9\}\}\},$
- $D = \{\text{Jon Snow}, \{\text{Sansa Stark}, \text{Tyrion Lannister}\}\}.$

Kita memiliki:

- $\text{semar} \in A, \text{gareng} \in A, \text{arjuna} \notin A,$
- $\text{finn} \in B, \text{han} \notin B, \text{luke} \notin B,$
- $9 \in C, \{9\} \in C, \{\{9\}\} \in C, \{\{\{9\}\}\} \notin C$
- $\text{Jon Snow} \in D, \text{Sansa Stark} \notin D,$
 $\text{Tyrion Lannister} \in \{\text{Sansa Stark}, \text{Tyrion Lannister}\}.$

Contoh

Kita memiliki:

- himpunan empat bilangan prima positif pertama:

Contoh

Kita memiliki:

- himpunan empat bilangan prima positif pertama: $\{2, 3, 5, 7\}$,
- himpunan lima bilangan ganjil positif pertama:

Contoh

Kita memiliki:

- himpunan empat bilangan prima positif pertama: $\{2, 3, 5, 7\}$,
- himpunan lima bilangan ganjil positif pertama: $\{1, 3, 5, 7, 9\}$,
- himpunan 100 bilangan genap positif pertama:

Contoh

Kita memiliki:

- himpunan empat bilangan prima positif pertama: $\{2, 3, 5, 7\}$,
- himpunan lima bilangan ganjil positif pertama: $\{1, 3, 5, 7, 9\}$,
- himpunan 100 bilangan genap positif pertama: $\{2, 4, 6, \dots, 200\}$,
- himpunan bilangan bulat:

Contoh

Kita memiliki:

- himpunan empat bilangan prima positif pertama: $\{2, 3, 5, 7\}$,
- himpunan lima bilangan ganjil positif pertama: $\{1, 3, 5, 7, 9\}$,
- himpunan 100 bilangan genap positif pertama: $\{2, 4, 6, \dots, 200\}$,
- himpunan bilangan bulat: $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Contoh

Misalkan $A_1 = \{a, b\}$, $A_2 = \{a, \{a, b\}\}$, $A_3 = \{b, \{a, \{a, b\}\}\}$. Kita memiliki:

- 1 A_1 memuat dua anggota,

Contoh

Misalkan $A_1 = \{a, b\}$, $A_2 = \{a, \{a, b\}\}$, $A_3 = \{b, \{a, \{a, b\}\}\}$. Kita memiliki:

- 1 A_1 memuat dua anggota, yaitu a dan b ,
- 2 A_2 memuat dua anggota,

Contoh

Misalkan $A_1 = \{a, b\}$, $A_2 = \{a, \{a, b\}\}$, $A_3 = \{b, \{a, \{a, b\}\}\}$. Kita memiliki:

- 1 A_1 memuat dua anggota, yaitu a dan b ,
- 2 A_2 memuat dua anggota, yaitu a dan $\{a, b\}$,
- 3 A_3 memuat dua anggota,

Contoh

Misalkan $A_1 = \{a, b\}$, $A_2 = \{a, \{a, b\}\}$, $A_3 = \{b, \{a, \{a, b\}\}\}$. Kita memiliki:

- ➊ A_1 memuat dua anggota, yaitu a dan b ,
- ➋ A_2 memuat dua anggota, yaitu a dan $\{a, b\}$,
- ➌ A_3 memuat dua anggota, yaitu b dan $\{a, \{a, b\}\}$.

Akibatnya:

Contoh

Misalkan $A_1 = \{a, b\}$, $A_2 = \{a, \{a, b\}\}$, $A_3 = \{b, \{a, \{a, b\}\}\}$. Kita memiliki:

- ➊ A_1 memuat dua anggota, yaitu a dan b ,
- ➋ A_2 memuat dua anggota, yaitu a dan $\{a, b\}$,
- ➌ A_3 memuat dua anggota, yaitu b dan $\{a, \{a, b\}\}$.

Akibatnya:

- ➊ $a \in A_1$, $b \in A_1$,

Contoh

Misalkan $A_1 = \{a, b\}$, $A_2 = \{a, \{a, b\}\}$, $A_3 = \{b, \{a, \{a, b\}\}\}$. Kita memiliki:

- ➊ A_1 memuat dua anggota, yaitu a dan b ,
- ➋ A_2 memuat dua anggota, yaitu a dan $\{a, b\}$,
- ➌ A_3 memuat dua anggota, yaitu b dan $\{a, \{a, b\}\}$.

Akibatnya:

- ➊ $a \in A_1$, $b \in A_1$,
- ➋ $a \in A_2$, $A_1 \in A_2$, $b \notin A_2$,

Contoh

Misalkan $A_1 = \{a, b\}$, $A_2 = \{a, \{a, b\}\}$, $A_3 = \{b, \{a, \{a, b\}\}\}$. Kita memiliki:

- ➊ A_1 memuat dua anggota, yaitu a dan b ,
- ➋ A_2 memuat dua anggota, yaitu a dan $\{a, b\}$,
- ➌ A_3 memuat dua anggota, yaitu b dan $\{a, \{a, b\}\}$.

Akibatnya:

- ➊ $a \in A_1$, $b \in A_1$,
- ➋ $a \in A_2$, $A_1 \in A_2$, $b \notin A_2$,
- ➌ $b \in A_3$, $A_2 \in A_3$, $a \notin A_3$, $A_1 \notin A_3$.

Contoh tersebut memperlihatkan bahwa sebuah himpunan bisa jadi merupakan anggota dari himpunan lain. Anggota himpunan juga dapat berupa himpunan.

Cara Mendefinisikan dan Menulis Himpunan

Himpunan dapat direpresentasikan dengan:

① menggunakan daftar:

- ① $A = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ untuk himpunan dengan berhingga banyaknya anggota;
- ② $A = \{x_1, x_2, \dots\}$ untuk himpunan dengan tak berhingga banyaknya anggota.

Tanda “...” digunakan untuk menunjukkan bahwa pola untuk anggota himpunan tersebut sudah jelas.

② menggunakan notasi pembangun himpunan (*set builder notation*) dengan suatu predikat tertentu

- ① $A = \{x \mid P(x)\}$ atau $A = \{x : P(x)\}$
- ② $A = \{x \in S \mid P(x)\}$ atau $A = \{x \in S : P(x)\}$, dalam hal ini S adalah himpunan lain dalam konteks pembicaraan yang membatasi elemen-elemen dari himpunan yang dinotasikan.
- ③ Kadang-kadang S berupa **himpunan universal** atau **himpunan semesta pembicaraan**.

Dalam hal ini $A = \{x \in S \mid P(x)\}$ dibaca sebagai: **A memuat seluruh x di S yang memenuhi $P(x)$.**

$P(x)$ merupakan predikat uner dengan variabel x .

Contoh Notasi Pembentuk Himpunan

Contoh

Misalkan:

- ➊ $A = \{w \mid w \text{ bilangan bulat positif yang kurang dari } 10\},$
- ➋ $B = \{x \mid P(x)\}$ dengan $P(x) : x \text{ bilangan bulat ganjil antara } 20 \text{ dan } 30,$
- ➌ $C = \{y \mid P(y)\}$ dengan $P(y) : y \text{ bilangan bulat positif yang habis membagi } 10,$
- ➍ $D = \{z \mid z \text{ faktor prima positif dari } 12\}.$

Maka:

- ➎ $A =$

Contoh Notasi Pembentuk Himpunan

Contoh

Misalkan:

- ➊ $A = \{w \mid w \text{ bilangan bulat positif yang kurang dari } 10\},$
- ➋ $B = \{x \mid P(x)\}$ dengan $P(x) : x \text{ bilangan bulat ganjil antara } 20 \text{ dan } 30,$
- ➌ $C = \{y \mid P(y)\}$ dengan $P(y) : y \text{ bilangan bulat positif yang habis membagi } 10,$
- ➍ $D = \{z \mid z \text{ faktor prima positif dari } 12\}.$

Maka:

- ➊ $A = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\},$
- ➋ $B =$

Contoh Notasi Pembentuk Himpunan

Contoh

Misalkan:

- ➊ $A = \{w \mid w \text{ bilangan bulat positif yang kurang dari } 10\},$
- ➋ $B = \{x \mid P(x)\}$ dengan $P(x) : x \text{ bilangan bulat ganjil antara } 20 \text{ dan } 30,$
- ➌ $C = \{y \mid P(y)\}$ dengan $P(y) : y \text{ bilangan bulat positif yang habis membagi } 10,$
- ➍ $D = \{z \mid z \text{ faktor prima positif dari } 12\}.$

Maka:

- ➊ $A = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\},$
- ➋ $B = \{21, 23, 25, 27, 29\},$
- ➌ $C =$

Contoh Notasi Pembentuk Himpunan

Contoh

Misalkan:

- ➊ $A = \{w \mid w \text{ bilangan bulat positif yang kurang dari } 10\},$
- ➋ $B = \{x \mid P(x)\}$ dengan $P(x) : x \text{ bilangan bulat ganjil antara } 20 \text{ dan } 30,$
- ➌ $C = \{y \mid P(y)\}$ dengan $P(y) : y \text{ bilangan bulat positif yang habis membagi } 10,$
- ➍ $D = \{z \mid z \text{ faktor prima positif dari } 12\}.$

Maka:

- ➊ $A = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\},$
- ➋ $B = \{21, 23, 25, 27, 29\},$
- ➌ $C = \{1, 2, 5, 10\},$
- ➍ $D =$

Contoh Notasi Pembentuk Himpunan

Contoh

Misalkan:

- ➊ $A = \{w \mid w \text{ bilangan bulat positif yang kurang dari } 10\},$
- ➋ $B = \{x \mid P(x)\}$ dengan $P(x) : x \text{ bilangan bulat ganjil antara } 20 \text{ dan } 30,$
- ➌ $C = \{y \mid P(y)\}$ dengan $P(y) : y \text{ bilangan bulat positif yang habis membagi } 10,$
- ➍ $D = \{z \mid z \text{ faktor prima positif dari } 12\}.$

Maka:

- ➊ $A = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\},$
- ➋ $B = \{21, 23, 25, 27, 29\},$
- ➌ $C = \{1, 2, 5, 10\},$
- ➍ $D = \{2, 3\}.$

Bahasan

- 1 Pengantar: Definisi dan Notasi Himpunan
- 2 Beberapa Himpunan Bilangan**
- 3 Himpunan Semesta (Universal) dan Diagram Venn
- 4 Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian
- 5 Kardinalitas Himpunan (Berhingga) dan Himpunan Kuasa

Beberapa Himpunan Bilangan

Himpunan bilangan asli/ himpunan bilangan natural: dinotasikan dengan $\mathbb{N}$, $\mathbb{N}$, atau $\mathcal{N}$. Dalam kuliah ini $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$. Meskipun demikian, **banyak referensi ilmu komputer yang mendefinisikan $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.**

Beberapa Himpunan Bilangan

Himpunan bilangan asli/ himpunan bilangan natural: dinotasikan dengan $\mathbb{N}$, $\mathbf{N}$, atau $\mathcal{N}$. Dalam kuliah ini $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$. Meskipun demikian, **banyak referensi ilmu komputer yang mendefinisikan $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.**

Himpunan bilangan cacah: dinotasikan dengan $\mathbb{N}_0$, $\mathbf{N}_0$, atau $\mathcal{N}_0$. Dalam kuliah ini $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

- **Setiap anggota himpunan bilangan asli juga anggota himpunan bilangan cacah.**

Beberapa Himpunan Bilangan

Himpunan bilangan asli/ himpunan bilangan natural: dinotasikan dengan $\mathbb{N}$, $\mathbf{N}$, atau $\mathcal{N}$. Dalam kuliah ini $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$. Meskipun demikian, **banyak referensi ilmu komputer yang mendefinisikan $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.**

Himpunan bilangan cacah: dinotasikan dengan $\mathbb{N}_0$, $\mathbf{N}_0$, atau $\mathcal{N}_0$. Dalam kuliah ini $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

- **Setiap anggota himpunan bilangan asli juga anggota himpunan bilangan cacah.**

Himpunan bilangan bulat: dinotasikan dengan $\mathbb{Z}$, $\mathbf{Z}$, atau $\mathcal{Z}$, didefinisikan sebagai $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.

- **Setiap anggota himpunan bilangan cacah juga anggota himpunan bilangan bulat.**
- Himpunan bilangan bulat positif dinotasikan dengan $\mathbb{Z}^+$ atau $\mathbb{Z}_{>0}$, kita memiliki $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$. Himpunan bilangan bulat positif sama dengan himpunan bilangan asli, sehingga $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$.

Himpunan bilangan rasional: dinotasikan dengan $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}$, atau $\mathbb{Q}$, didefinisikan sebagai $\mathbb{Q} := \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ dan } b \neq 0 \right\}$.

- Karena pada himpunan tidak terdapat duplikasi elemen, $\mathbb{Q}$ juga dapat didefinisikan sebagai $\mathbb{Q} := \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, \text{ dan } \gcd(a, b) = 1 \right\}$.
- Setiap bilangan bulat m dapat ditulis dalam bentuk $\frac{m}{1}$. Jadi **setiap anggota himpunan bilangan bulat juga anggota himpunan bilangan rasional**.
- Himpunan bilangan rasional positif dinotasikan dengan $\mathbb{Q}^+$ atau $\mathbb{Q}_{>0}$.

Himpunan bilangan rasional: dinotasikan dengan $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}$, atau $\mathbb{Q}$, didefinisikan sebagai $\mathbb{Q} := \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ dan } b \neq 0 \right\}$.

- Karena pada himpunan tidak terdapat duplikasi elemen, $\mathbb{Q}$ juga dapat didefinisikan sebagai $\mathbb{Q} := \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, \text{ dan } \gcd(a, b) = 1 \right\}$.
- Setiap bilangan bulat m dapat ditulis dalam bentuk $\frac{m}{1}$. Jadi **setiap anggota himpunan bilangan bulat juga anggota himpunan bilangan rasional**.
- Himpunan bilangan rasional positif dinotasikan dengan $\mathbb{Q}^+$ atau $\mathbb{Q}_{>0}$.

Himpunan bilangan real (bilangan nyata): dinotasikan dengan $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}$, atau $\mathbb{R}$. Himpunan bilangan real mencakup seluruh bilangan yang “dapat diukur secara kontinu”.

- Himpunan **bilangan real mencakup himpunan seluruh bilangan rasional ($\mathbb{Q}$) dan himpunan seluruh bilangan irasional**.
- Himpunan bilangan real positif dinotasikan dengan $\mathbb{R}^+$ atau $\mathbb{R}_{>0}$.

Himpunan bilangan rasional: dinotasikan dengan $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}$, atau $\mathbb{Q}$, didefinisikan sebagai $\mathbb{Q} := \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ dan } b \neq 0 \right\}$.

- Karena pada himpunan tidak terdapat duplikasi elemen, $\mathbb{Q}$ juga dapat didefinisikan sebagai $\mathbb{Q} := \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, \text{ dan } \gcd(a, b) = 1 \right\}$.
- Setiap bilangan bulat m dapat ditulis dalam bentuk $\frac{m}{1}$. Jadi **setiap anggota himpunan bilangan bulat juga anggota himpunan bilangan rasional**.
- Himpunan bilangan rasional positif dinotasikan dengan $\mathbb{Q}^+$ atau $\mathbb{Q}_{>0}$.

Himpunan bilangan real (bilangan nyata): dinotasikan dinotasikan dengan $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}$, atau $\mathbb{R}$. Himpunan bilangan real mencakup seluruh bilangan yang “dapat diukur secara kontinu”.

- Himpunan **bilangan real mencakup himpunan seluruh bilangan rasional ($\mathbb{Q}$) dan himpunan seluruh bilangan irasional**.
- Himpunan bilangan real positif dinotasikan dengan $\mathbb{R}^+$ atau $\mathbb{R}_{>0}$.

Himpunan bilangan kompleks: dinotasikan dengan $\mathbb{C}$, $\mathbb{C}$, atau $\mathbb{C}$, didefinisikan sebagai $\mathbb{C} := \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{R} \text{ dan } i^2 = -1\}$.

- Setiap bilangan real a dapat ditulis dalam bentuk $a + 0i$. Jadi **setiap anggota himpunan bilangan real juga anggota himpunan bilangan kompleks**.

Bahasan

- 1 Pengantar: Definisi dan Notasi Himpunan
- 2 Beberapa Himpunan Bilangan
- 3 Himpunan Semesta (Universal) dan Diagram Venn**
- 4 Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian
- 5 Kardinalitas Himpunan (Berhingga) dan Himpunan Kuasa

Himpunan Semesta (Universal)

Himpunan Semesta (Univeral)

Himpunan semesta/ himpunan universal merupakan himpunan yang berisi semua objek yang sedang kita tinjau. Himpunan semesta/ himpunan universal biasa ditulis dengan S atau U . Himpunan semesta/ himpunan universal dapat berbeda-beda, bergantung pada batasan objek yang kita tinjau.

Contoh

- ① Misalkan kita memakai himpunan universal $U = \{x \mid (x \in \mathbb{N}) \wedge (x \leq 100)\}$, ini berarti kita hanya meninjau bilangan asli yang tidak lebih dari 100. Kita tidak boleh meninjau bilangan lain di luar U , contohnya -1 , 101 , ataupun $\frac{1}{2}$.
- ② Misalkan kita memakai himpunan universal $U = \mathbb{R}$, ini berarti kita hanya meninjau bilangan real saja. Kita tidak boleh meninjau elemen lain di luar U , contohnya $\sqrt{-2}$ maupun $1 + \sqrt{-3}$.

Diagram Venn

Diagram Venn

Diagram Venn merupakan ilustrasi grafis dari keterkaitan antara beberapa himpunan ditinjau terhadap himpunan semesta tertentu. Himpunan semesta ini digambarkan dengan sebuah persegi panjang.

Misalkan kita memiliki himpunan semesta

$U = \{\alpha \mid \alpha \text{ termasuk 26 huruf dalam alfabet standar}\}$ dan

$V = \{\beta \mid \beta \text{ huruf vokal dalam alfabet standar}\}$. Representasi diagram Venn dari hal ini adalah

Diagram Venn

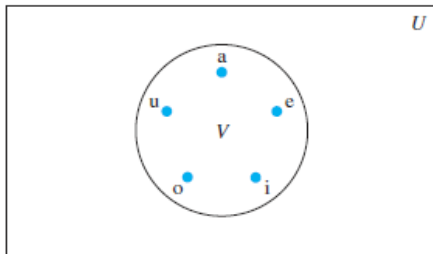
Diagram Venn

Diagram Venn merupakan ilustrasi grafis dari keterkaitan antara beberapa himpunan ditinjau terhadap himpunan semesta tertentu. Himpunan semesta ini digambarkan dengan sebuah persegi panjang.

Misalkan kita memiliki himpunan semesta

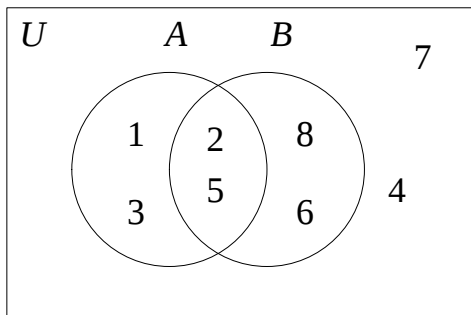
$U = \{\alpha \mid \alpha \text{ termasuk 26 huruf dalam alfabet standar}\}$ dan

$V = \{\beta \mid \beta \text{ huruf vokal dalam alfabet standar}\}$. Representasi diagram Venn dari hal ini adalah



Misalkan kita memiliki himpunan semesta $U = \{x \mid (x \in \mathbb{N}) \wedge (x \leq 8)\}$, $A = \{1, 2, 3, 5\}$, dan $B = \{2, 5, 6, 8\}$. Representasi diagram Venn dari hal ini adalah

Misalkan kita memiliki himpunan semesta $U = \{x \mid (x \in \mathbb{N}) \wedge (x \leq 8)\}$, $A = \{1, 2, 3, 5\}$, dan $B = \{2, 5, 6, 8\}$. Representasi diagram Venn dari hal ini adalah



Bahasan

- 1 Pengantar: Definisi dan Notasi Himpunan
- 2 Beberapa Himpunan Bilangan
- 3 Himpunan Semesta (Universal) dan Diagram Venn
- 4 Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian**
- 5 Kardinalitas Himpunan (Berhingga) dan Himpunan Kuasa

Kesamaan Himpunan

Definisi (Kesamaan Himpunan)

Dua himpunan A dan B dikatakan sama, ditulis dengan $A = B$, apabila A dan B memuat elemen-elemen yang sama. Selain itu, A dan B tidak sama dan ditulis dengan $A \neq B$.

Kesamaan Himpunan

Definisi (Kesamaan Himpunan)

Dua himpunan A dan B dikatakan sama, ditulis dengan $A = B$, apabila A dan B memuat elemen-elemen yang sama. Selain itu, A dan B tidak sama dan ditulis dengan $A \neq B$.

$A = B$ jika & hanya jika (jikka) formula logika predikat $\forall x (x \in A \leftrightarrow x \in B)$ bernilai benar.

Contoh

Misalkan:

- $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$,
- $B = \{x \mid x \text{ faktor positif dari } 12\}$,
- $C = \{1, 2, 3\}$,
- $D = \{1, 2, 2, 3, 3, 3\}$.

Maka kita memiliki:

Kesamaan Himpunan

Definisi (Kesamaan Himpunan)

Dua himpunan A dan B dikatakan sama, ditulis dengan $A = B$, apabila A dan B memuat elemen-elemen yang sama. Selain itu, A dan B tidak sama dan ditulis dengan $A \neq B$.

$A = B$ jika & hanya jika (jikka) formula logika predikat $\forall x (x \in A \leftrightarrow x \in B)$ bernilai benar.

Contoh

Misalkan:

- $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$,
- $B = \{x \mid x \text{ faktor positif dari } 12\}$,
- $C = \{1, 2, 3\}$,
- $D = \{1, 2, 2, 3, 3, 3\}$.

Maka kita memiliki: $A = B$, $C = D$, $A \neq C$, $A \neq D$, $B \neq C$, $B \neq D$.

Himpunan Bagian

Definisi (Himpunan Bagian)

Himpunan Bagian

Definisi (Himpunan Bagian)

Himpunan A dikatakan sebagai himpunan bagian/ subhimpunan/ subset dari B , ditulis dengan $A \subseteq B$, apabila setiap elemen dari A juga merupakan elemen dari B . Selanjutnya B dikatakan superset dari A dan ditulis dengan $B \supseteq A$.

Himpunan Bagian

Definisi (Himpunan Bagian)

Himpunan A dikatakan sebagai himpunan bagian/ subhimpunan/ subset dari B , ditulis dengan $A \subseteq B$, apabila setiap elemen dari A juga merupakan elemen dari B . Selanjutnya B dikatakan superset dari A dan ditulis dengan $B \supseteq A$.

$A \subseteq B$ jika formula logika predikat $\forall x (x \in A \rightarrow x \in B)$ bernilai benar.

Definisi (Himpunan Bagian Sejati)

Himpunan Bagian

Definisi (Himpunan Bagian)

Himpunan A dikatakan sebagai himpunan bagian/ subhimpunan/ subset dari B , ditulis dengan $A \subseteq B$, apabila setiap elemen dari A juga merupakan elemen dari B . Selanjutnya B dikatakan superset dari A dan ditulis dengan $B \supseteq A$.

$A \subseteq B$ jika formula logika predikat $\forall x (x \in A \rightarrow x \in B)$ bernilai benar.

Definisi (Himpunan Bagian Sejati)

Himpunan A dikatakan sebagai himpunan bagian sejati/ subhimpunan sejati/ subset sejati (*proper subset*) dari B , ditulis dengan $A \subset B$ atau $A \subsetneq B$, apabila $A \subseteq B$ tetapi $A \neq B$.

Himpunan Bagian

Definisi (Himpunan Bagian)

Himpunan A dikatakan sebagai himpunan bagian/ subhimpunan/ subset dari B , ditulis dengan $A \subseteq B$, apabila setiap elemen dari A juga merupakan elemen dari B . Selanjutnya B dikatakan superset dari A dan ditulis dengan $B \supseteq A$.

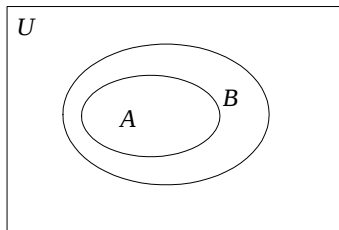
$A \subseteq B$ jika formula logika predikat $\forall x (x \in A \rightarrow x \in B)$ bernilai benar.

Definisi (Himpunan Bagian Sejati)

Himpunan A dikatakan sebagai himpunan bagian sejati/ subhimpunan sejati/ subset sejati (*proper subset*) dari B , ditulis dengan $A \subset B$ atau $A \subsetneq B$, apabila $A \subseteq B$ tetapi $A \neq B$.

$A \subset B$ jika formula logika predikat $\forall x (x \in A \rightarrow x \in B) \wedge \exists x (x \in B \wedge x \notin A)$ bernilai benar.

Diagram Venn untuk hubungan $A \subset B$ dapat diilustrasikan sebagai berikut.



Contoh

Misalkan:

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
- $B = \{1, 2, 3, 4\}$,
- $C = \{x \mid (x \in \mathbb{N}) \wedge (x + 5 < 10)\}$,
- $\emptyset = \{\}$.

Maka:

Contoh

Misalkan:

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
- $B = \{1, 2, 3, 4\}$,
- $C = \{x \mid (x \in \mathbb{N}) \wedge (x + 5 < 10)\}$,
- $\emptyset = \{\}$.

Maka:

- 1 $\emptyset \subseteq A$, $\emptyset \subseteq B$, $\emptyset \subseteq C$, dan $\emptyset \subseteq \emptyset$, serta $\emptyset \subset A$, $\emptyset \subset B$, $\emptyset \subset C$, tetapi **tidak benar bahwa** $\emptyset \subset \emptyset$,

Contoh

Misalkan:

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
- $B = \{1, 2, 3, 4\}$,
- $C = \{x \mid (x \in \mathbb{N}) \wedge (x + 5 < 10)\}$,
- $\emptyset = \{\}$.

Maka:

- 1 $\emptyset \subseteq A, \emptyset \subseteq B, \emptyset \subseteq C$, dan $\emptyset \subseteq \emptyset$, serta $\emptyset \subset A, \emptyset \subset B, \emptyset \subset C$, tetapi **tidak benar bahwa** $\emptyset \subset \emptyset$,
- 2 $B \subseteq A$ dan $B \subset A$, karena $5 \in A$ tetapi $5 \notin B$,

Contoh

Misalkan:

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
- $B = \{1, 2, 3, 4\}$,
- $C = \{x \mid (x \in \mathbb{N}) \wedge (x + 5 < 10)\}$,
- $\emptyset = \{\}$.

Maka:

- 1 $\emptyset \subseteq A$, $\emptyset \subseteq B$, $\emptyset \subseteq C$, dan $\emptyset \subseteq \emptyset$, serta $\emptyset \subset A$, $\emptyset \subset B$, $\emptyset \subset C$, tetapi **tidak benar bahwa** $\emptyset \subset \emptyset$,
- 2 $B \subseteq A$ dan $B \subset A$, karena $5 \in A$ tetapi $5 \notin B$,
- 3 $C \subseteq A$, $C \subset A$ (karena $5 \in A$ tetapi $5 \notin C$), $C \subseteq B$, dan $B \subseteq C$ (karena $B = C$).

Contoh

Untuk himpunan-himpunan bilangan, kita memiliki $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Lebih Jauh Tentang Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian

Teorema

Untuk setiap himpunan A berlaku:

- 1 $\emptyset \subseteq A$,
- 2 $A \subseteq A$.

Bukti

Bukti diserahkan kepada pembaca sebagai latihan.

Teorema

Apabila A dan B adalah dua himpunan, maka $A = B$ jika & hanya jika $A \subseteq B$ dan $A \supseteq B$.

Bukti

Bukti diserahkan kepada pembaca sebagai latihan.

Teorema

Untuk setiap himpunan A , B , dan C berlaku: jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \subseteq C$.

Bukti

Bukti diserahkan kepada pembaca sebagai latihan.

Latihan 1: Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian

Latihan

Untuk setiap pernyataan berikut, pilih T bila pernyataan tersebut benar, atau F bila pernyataan tersebut salah.

- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $\{1, 3, 5\} = \{3, 5, 1\}$ | T | F |
| 2 | $\{1, 3, 5\} = \{1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5\}$ | T | F |
| 3 | $\{1, \{1\}, \{\{1\}\}\} = \{1\}$ | T | F |
| 4 | $\{1\} \subseteq \{1, \{1\}\}$ | T | F |
| 5 | $\emptyset = \{\emptyset\}$ | T | F |

Solusi:

Latihan 1: Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian

Latihan

Untuk setiap pernyataan berikut, pilih T bila pernyataan tersebut benar, atau F bila pernyataan tersebut salah.

- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $\{1, 3, 5\} = \{3, 5, 1\}$ | T | F |
| 2 | $\{1, 3, 5\} = \{1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5\}$ | T | F |
| 3 | $\{1, \{1\}, \{\{1\}\}\} = \{1\}$ | T | F |
| 4 | $\{1\} \subseteq \{1, \{1\}\}$ | T | F |
| 5 | $\emptyset = \{\emptyset\}$ | T | F |

Solusi:

Nomor 1: T, karena urutan pada himpunan tidak diperhatikan.

Latihan 1: Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian

Latihan

Untuk setiap pernyataan berikut, pilih T bila pernyataan tersebut benar, atau F bila pernyataan tersebut salah.

- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $\{1, 3, 5\} = \{3, 5, 1\}$ | T | F |
| 2 | $\{1, 3, 5\} = \{1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5\}$ | T | F |
| 3 | $\{1, \{1\}, \{\{1\}\}\} = \{1\}$ | T | F |
| 4 | $\{1\} \subseteq \{1, \{1\}\}$ | T | F |
| 5 | $\emptyset = \{\emptyset\}$ | T | F |

Solusi:

Nomor 1: T, karena urutan pada himpunan tidak diperhatikan. Nomor 2: T, karena duplikasi anggota himpunan tidak diperhatikan.

Latihan 1: Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian

Latihan

Untuk setiap pernyataan berikut, pilih T bila pernyataan tersebut benar, atau F bila pernyataan tersebut salah.

- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $\{1, 3, 5\} = \{3, 5, 1\}$ | T | F |
| 2 | $\{1, 3, 5\} = \{1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5\}$ | T | F |
| 3 | $\{1, \{1\}, \{\{1\}\}\} = \{1\}$ | T | F |
| 4 | $\{1\} \subseteq \{1, \{1\}\}$ | T | F |
| 5 | $\emptyset = \{\emptyset\}$ | T | F |

Solusi:

Nomor 1: T, karena urutan pada himpunan tidak diperhatikan. Nomor 2: T, karena duplikasi anggota himpunan tidak diperhatikan. Nomor 3: F, karena himpunan $\{1, \{1\}, \{\{1\}\}\}$ memuat tiga anggota, yaitu 1, $\{1\}$, dan $\{\{1\}\}$; sedangkan $\{1\}$ hanya memuat satu anggota, yaitu 1.

Latihan 1: Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian

Latihan

Untuk setiap pernyataan berikut, pilih T bila pernyataan tersebut benar, atau F bila pernyataan tersebut salah.

1	$\{1, 3, 5\} = \{3, 5, 1\}$	T	F
2	$\{1, 3, 5\} = \{1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5\}$	T	F
3	$\{1, \{1\}, \{\{1\}\}\} = \{1\}$	T	F
4	$\{1\} \subseteq \{1, \{1\}\}$	T	F
5	$\emptyset = \{\emptyset\}$	T	F

Solusi:

Nomor 1: T, karena urutan pada himpunan tidak diperhatikan. Nomor 2: T, karena duplikasi anggota himpunan tidak diperhatikan. Nomor 3: F, karena himpunan $\{1, \{1\}, \{\{1\}\}\}$ memuat tiga anggota, yaitu 1, $\{1\}$, dan $\{\{1\}\}$; sedangkan $\{1\}$ hanya memuat satu anggota, yaitu 1. Nomor 4: T, karena $1 \in \{1\}$ dan $1 \in \{1, \{1\}\}$.

Latihan 1: Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian

Latihan

Untuk setiap pernyataan berikut, pilih T bila pernyataan tersebut benar, atau F bila pernyataan tersebut salah.

1	$\{1, 3, 5\} = \{3, 5, 1\}$	T	F
2	$\{1, 3, 5\} = \{1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5\}$	T	F
3	$\{1, \{1\}, \{\{1\}\}\} = \{1\}$	T	F
4	$\{1\} \subseteq \{1, \{1\}\}$	T	F
5	$\emptyset = \{\emptyset\}$	T	F

Solusi:

Nomor 1: T, karena urutan pada himpunan tidak diperhatikan. Nomor 2: T, karena duplikasi anggota himpunan tidak diperhatikan. Nomor 3: F, karena himpunan $\{1, \{1\}, \{\{1\}\}\}$ memuat tiga anggota, yaitu 1, $\{1\}$, dan $\{\{1\}\}$; sedangkan $\{1\}$ hanya memuat satu anggota, yaitu 1. Nomor 4: T, karena $1 \in \{1\}$ dan $1 \in \{1, \{1\}\}$. Nomor 5: F, karena $\emptyset$ tidak memuat anggota apapun; sedangkan $\{\emptyset\}$ memuat satu anggota, yaitu $\emptyset$.

Latihan 2: Hubungan antar Dua Himpunan

Latihan

Isilah tempat yang telah disediakan dengan: $=$, $\subset$, $\supset$, $\in$, $\ni$, atau $\times$ jika hubungan $=$, $\subset$, $\supset$, $\in$, $\ni$ tidak dapat ditentukan.

$$(1) \quad \{\emptyset\} \quad \boxed{} \quad \{\{\}\}$$

$$(2) \quad \emptyset \quad \boxed{} \quad \{0\}$$

$$(3) \quad \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \quad \boxed{} \quad \{\emptyset\}$$

$$(4) \quad \{1\} \quad \boxed{} \quad \{\{1\}, \{\{1\}\}, \{\{\{1\}\}\}$$

$$(5) \quad \{\{\}\} \quad \boxed{} \quad \{\}$$

$$(6) \quad \{\emptyset\} \quad \boxed{} \quad \{0\}$$

Solusi Latihan 2

➊ Karena $\emptyset = \{\}$, maka $\{\emptyset\} = \{\{\}\}$.

Solusi Latihan 2

- 1 Karena $\emptyset = \{\}$, maka $\{\emptyset\} = \{\{\}\}$.
- 2 Karena $\emptyset \subseteq A$ untuk sembarang himpunan A , maka $\emptyset \subset \{0\}$.

Solusi Latihan 2

- ❶ Karena $\emptyset = \{\}$, maka $\{\emptyset\} = \{\{\}\}$.
- ❷ Karena $\emptyset \subseteq A$ untuk sembarang himpunan A , maka $\emptyset \subset \{\emptyset\}$.
- ❸ Karena $\emptyset \in \{\emptyset\}$ dan $\emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, maka $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, atau $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \supset \{\emptyset\}$. Kita juga dapat mengatakan bahwa $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \ni \{\emptyset\}$ karena $\{\emptyset\}$ adalah anggota dari $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. Jadi ada dua jawaban benar, yaitu $\supset$ dan $\ni$.

Solusi Latihan 2

- ➊ Karena $\emptyset = \{\}$, maka $\{\emptyset\} = \{\{\}\}$.
- ➋ Karena $\emptyset \subseteq A$ untuk sembarang himpunan A , maka $\emptyset \subset \{0\}$.
- ➌ Karena $\emptyset \in \{\emptyset\}$ dan $\emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, maka $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, atau $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \supset \{\emptyset\}$.
Kita juga dapat mengatakan bahwa $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \ni \{\emptyset\}$ karena $\{\emptyset\}$ adalah anggota dari $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. Jadi ada dua jawaban benar, yaitu $\supset$ dan $\ni$.
- ➍ $\{1\} \in \{\{1\}, \{\{1\}\}, \{\{\{1\}\}\}\}$.

Solusi Latihan 2

- ➊ Karena $\emptyset = \{\}$, maka $\{\emptyset\} = \{\{\}\}$.
- ➋ Karena $\emptyset \subseteq A$ untuk sembarang himpunan A , maka $\emptyset \subset \{0\}$.
- ➌ Karena $\emptyset \in \{\emptyset\}$ dan $\emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, maka $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, atau $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \supset \{\emptyset\}$. Kita juga dapat mengatakan bahwa $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \ni \{\emptyset\}$ karena $\{\emptyset\}$ adalah anggota dari $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. Jadi ada dua jawaban benar, yaitu $\supset$ dan $\ni$.
- ➍ $\{1\} \in \{\{1\}, \{\{1\}\}, \{\{\{1\}\}\}\}$.
- ➎ Karena $\{\{\}\} \ni \{\}$ dan $\{\{\}\} \supset \{\}$, maka ada dua jawaban benar, yaitu $\ni$ dan $\supset$.

Solusi Latihan 2

- ➊ Karena $\emptyset = \{\}$, maka $\{\emptyset\} = \{\{\}\}$.
- ➋ Karena $\emptyset \subseteq A$ untuk sembarang himpunan A , maka $\emptyset \subset \{0\}$.
- ➌ Karena $\emptyset \in \{\emptyset\}$ dan $\emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, maka $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, atau $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \supset \{\emptyset\}$. Kita juga dapat mengatakan bahwa $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \ni \{\emptyset\}$ karena $\{\emptyset\}$ adalah anggota dari $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. Jadi ada dua jawaban benar, yaitu $\supset$ dan $\ni$.
- ➍ $\{1\} \in \{\{1\}, \{\{1\}\}, \{\{\{1\}\}\}\}$.
- ➎ Karena $\{\{\}\} \ni \{\}$ dan $\{\{\}\} \supset \{\}$, maka ada dua jawaban benar, yaitu $\ni$ dan $\supset$.
- ➏ $\{\emptyset\}$ adalah himpunan yang memuat tepat satu anggota, yaitu himpunan kosong. Himpunan $\{0\}$ juga himpunan yang memuat tepat satu anggota, yaitu 0. Jelas bahwa $\{\emptyset\} \neq \{0\}$, dengan perkataan lain tidak terdapat hubungan $=, \subset, \supset, \in, \ni$ antara $\{\emptyset\}$ dan $\{0\}$.

Bahasan

- 1 Pengantar: Definisi dan Notasi Himpunan
- 2 Beberapa Himpunan Bilangan
- 3 Himpunan Semesta (Universal) dan Diagram Venn
- 4 Kesamaan Himpunan & Himpunan Bagian
- 5 Kardinalitas Himpunan (Berhingga) dan Himpunan Kuasa**

Kardinalitas Himpunan (Berhingga)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan:

- A dikatakan himpunan **berhingga** (*finite set*) jika A memuat tepat n anggota, untuk suatu **bilangan bulat tak negatif** n ;
- dalam hal ini, n dikatakan sebagai kardinalitas dari A , dan dinotasikan dengan $|A|$, $n(A)$, atau $\#A$,
- A dikatakan himpunan **tak berhingga** (*infinite set*) jika A bukan himpunan berhingga.

Contoh

- Jika $A = \{m \in \mathbb{N} \mid m < 10 \text{ dan } m \text{ ganjil}\}$, maka $|A| =$

Kardinalitas Himpunan (Berhingga)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan:

- A dikatakan himpunan **berhingga** (*finite set*) jika A memuat tepat n anggota, untuk suatu **bilangan bulat tak negatif** n ;
- dalam hal ini, n dikatakan sebagai kardinalitas dari A , dan dinotasikan dengan $|A|$, $n(A)$, atau $\#A$,
- A dikatakan himpunan **tak berhingga** (*infinite set*) jika A bukan himpunan berhingga.

Contoh

- Jika $A = \{m \in \mathbb{N} \mid m < 10 \text{ dan } m \text{ ganjil}\}$, maka $|A| = 5$.
- $|\emptyset| =$

Kardinalitas Himpunan (Berhingga)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan:

- A dikatakan himpunan **berhingga** (*finite set*) jika A memuat tepat n anggota, untuk suatu **bilangan bulat tak negatif** n ;
- dalam hal ini, n dikatakan sebagai kardinalitas dari A , dan dinotasikan dengan $|A|$, $n(A)$, atau $\#A$,
- A dikatakan himpunan **tak berhingga** (*infinite set*) jika A bukan himpunan berhingga.

Contoh

- Jika $A = \{m \in \mathbb{N} \mid m < 10 \text{ dan } m \text{ ganjil}\}$, maka $|A| = 5$.
- $|\emptyset| = 0$, $|\{\emptyset\}| =$

Kardinalitas Himpunan (Berhingga)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan:

- A dikatakan himpunan **berhingga** (*finite set*) jika A memuat tepat n anggota, untuk suatu **bilangan bulat tak negatif** n ;
- dalam hal ini, n dikatakan sebagai kardinalitas dari A , dan dinotasikan dengan $|A|$, $n(A)$, atau $\#A$,
- A dikatakan himpunan **tak berhingga** (*infinite set*) jika A bukan himpunan berhingga.

Contoh

- Jika $A = \{m \in \mathbb{N} \mid m < 10 \text{ dan } m \text{ ganjil}\}$, maka $|A| = 5$.
- $|\emptyset| = 0$, $|\{\emptyset\}| = 1$, $|\{\{\emptyset\}\}| =$

Kardinalitas Himpunan (Berhingga)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan:

- A dikatakan himpunan **berhingga** (*finite set*) jika A memuat tepat n anggota, untuk suatu **bilangan bulat tak negatif** n ;
- dalam hal ini, n dikatakan sebagai kardinalitas dari A , dan dinotasikan dengan $|A|$, $n(A)$, atau $\#A$,
- A dikatakan himpunan **tak berhingga** (*infinite set*) jika A bukan himpunan berhingga.

Contoh

- Jika $A = \{m \in \mathbb{N} \mid m < 10 \text{ dan } m \text{ ganjil}\}$, maka $|A| = 5$.
- $|\emptyset| = 0$, $|\{\emptyset\}| = 1$, $|\{\{\emptyset\}\}| = 1$, $|\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}| =$

Kardinalitas Himpunan (Berhingga)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan:

- A dikatakan himpunan **berhingga** (*finite set*) jika A memuat tepat n anggota, untuk suatu **bilangan bulat tak negatif** n ;
- dalam hal ini, n dikatakan sebagai kardinalitas dari A , dan dinotasikan dengan $|A|$, $n(A)$, atau $\#A$,
- A dikatakan himpunan **tak berhingga** (*infinite set*) jika A bukan himpunan berhingga.

Contoh

- Jika $A = \{m \in \mathbb{N} \mid m < 10 \text{ dan } m \text{ ganjil}\}$, maka $|A| = 5$.
- $|\emptyset| = 0$, $|\{\emptyset\}| = 1$, $|\{\{\emptyset\}\}| = 1$, $|\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}| = 3$.
- $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ adalah contoh himpunan tak berhingga.

Ekuivalensi Dua Buah Himpunan

Definisi

Dua buah himpunan A dan B dikatakan ekuivalen, ditulis $A \sim B$, bila kardinalitasnya sama. Bila A dan B berhingga, maka $A \sim B$ bila $|A| = |B|$.

Contoh

Himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8\}$ memenuhi sifat $A \neq B$ tetapi $A \sim B$ karena $|A| = |B| = 4$.

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{$

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset,$

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\},$

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\},$

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$
- $\mathcal{P}(\emptyset) = \{$

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$
- $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{$

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$
- $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset,$

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$
- $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) = \{$

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$
- $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) = \{\emptyset,$

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$
- $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\},$

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$
- $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\},$

Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Definisi

Misalkan A adalah sebuah himpunan. **Himpunan kuasa** (*power set*) dari A adalah himpunan yang **anggotanya adalah semua himpunan bagian dari A** . Himpunan kuasa dari A dinotasikan dengan 2^A , $\mathcal{P}(A)$, atau $\wp(A)$.

Contoh

- $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$
- $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}.$
- $\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}.$

Teorema

Jika A adalah suatu himpunan dengan $|A| = n$, maka $|\mathcal{P}(A)| = |2^A| = 2^n$.

Bukti

Bukti dapat diperoleh melalui induksi matematika dan diserahkan kepada pembaca sebagai latihan.